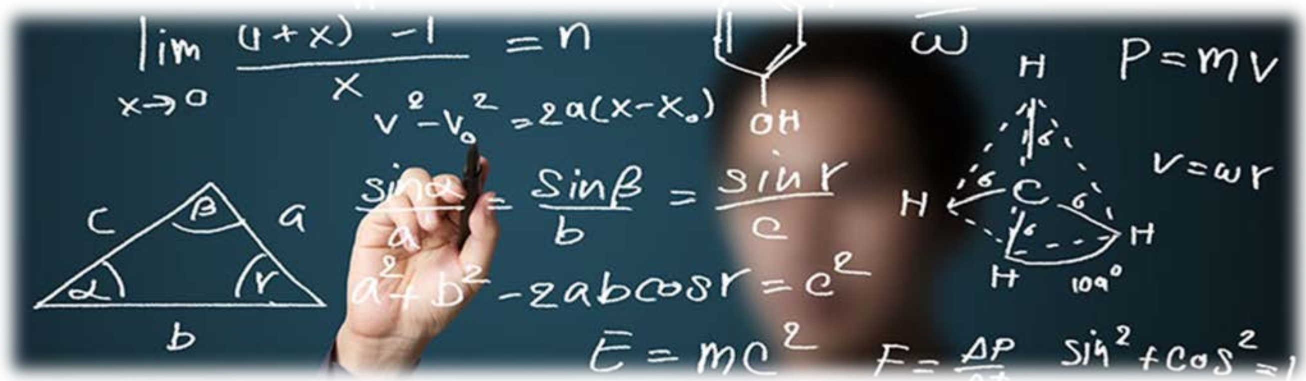
**ЛИЦЕЙ АКАДЕМИИ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

программа учебного предмета на осенний семестр 2018-2019 уч. года
11 класс

# «ГЕОМЕТРИЯ»




| | |
|---|---|
| учебный предмет: | «Геометрия» |
| статус учебного предмета: | обязательный |
| уровень освоения предмета: | углублённый |
| язык(и) преподавания: | русский |
| длительность курса: | семестр |
| первое занятие курса: | 1 сентября 2018 года |
| последнее занятие курса: | 29 декабря 2018 года |
| количество занятий/часов: | 45 занятий / 45 академических часа |
| форма занятий по курсу: | семинары с элементами лекций, контрольные работы |
| форма оценивания: | накопленная сумма баллов за семестр [max 100 баллов] |
| промежуточная аттестация: | итоговая письменная работа |
| даты контрольных работ: | 29 сентября, 27 октября, 24 ноября, 22 декабря |
| даты итоговой работы: | 29 декабря |
| срок сдачи задания 1: | 6 октября |
| срок сдачи задания 2: | 10 ноября |
| преподаватель курса: | Боронина Алена Эдуардовна |
| контакты преподавателя: | boroninaaed@gmail.com |
| ссылка на учебные материалы: | https://goo.gl/OnnNmD |

**АННОТАЦИЯ осеннего СЕМЕСТРА** [ЧЕМ МЫ БУДЕМ ЗАНИМАТЬСЯ?]

В осеннем семестре мы продолжаем изучать стереометрию. Прежде всего повторим темы, пройденные в 10 классе, напишем контрольную работу (29 сентября). В течение семестра мы познакомимся с методами нахождения расстояний в пространстве с помощью метода координат. Нахождение углов в пространстве рассмотрим с помощью скалярного и векторного произведения векторов в координатах в декартовом ортонормированном базисе

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ осеннего СЕМЕСТРА** [ЧЕМУ МЫ ДОЛЖНЫ НАУЧИТЬСЯ?]

Цель курса стереометрии, а в частности осеннего семестра - научиться мыслить в пространстве и решать пространственные задачи. В течение семестра мы продолжим тренировать пространственное воображение. Основной целью этого семестра является формирование алгоритмов нахождения нужных величин в стереометрии, основанное на стандартных аналитических методах геометрии

**ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ПРЕПОДАВАНИЯ** [КАК МЫ БУДЕМ УЧИТЬСЯ?]

Курс состоит из семинарских занятий, которые включают в себя: разбор новой темы в формате лекции, решение типовых задач с преподавателем, самостоятельное решение задач. Важной оцениваемой частью курса является выполнение заданий размещенных в данном силлабусе. Задания выполняются в письменной форме и защищаются при в формате устного общения с преподавателем. Обязательным к выполнению являются задачи практикума(задачи повышенной сложности), требующего нестандартного подхода к решению.

**СПОСОБЫ ОЦЕНИВАНИЯ СТУДЕНТОВ** [КАК И ЗА ЧТО МНЕ БУДУТ СТАВИТЬ ОЦЕНКИ?]

Для оценки успешности освоения студентами материала курса применяется балльная накопительная система оценивания. Каждая из перечисленных ниже форм работы в течение семестра «весит» некое, заранее зафиксированное, количество баллов, сумма которых впоследствии переводится в оценку, от «2» (плохо) до «5» (отлично), согласно установленным в Лицее правилам.

| | |
|---|---|
| контрольная работа 1 | 15 баллов |
| Контрольная работа 2 | 15 баллов |
| контрольная работа 3 | 15 баллов |
| Контрольная работа 4 | 15 баллов |
| | |
| итоговая работа | 40 баллов |

Каждая контрольная работа в течение семестра состоит из 5 задач, за решение клторой можно получить от 0 до 3 баллов.

Преподаватель обладает правом вычета до 10 баллов за пропущенные без уважительной причины занятия, по одному баллу за каждое занятие. О пропусках занятий по уважительной причине – просьба уведомлять тьютора группа заранее

Неделя 1

**ПОВТОРЕНИЕ. ТЕОРЕМЫ О ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ, расстояние между прямыми и плоскостями в пространстве**

Неделя 2

**ДВУГРАННЫЙ УГОЛ, линейный угол двугранного угла**

Неделя 3

Вектора в пространстве. Скалярное произведение векторов. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность плоскостей. Уравнение плоскости в пространстве. Вектор нормали плоскости

Неделя 4

**УГЛЫ И РАССТОЯНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ.**

Неделя 5. Контрольная работа по пройденному материалу

Неделя 6.

Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой. Метод координат. Скалярное и векторное произведение в координатах

Неделя 7

**ПОВТОРЕНИЕ, ПОДГОТОВКА К КОНТРОЛЬНОЙ.**

Неделя 8

Куб, координаты точек куба В пространстве

Неделя 9

Правильные стереометрические фигуры. Свойства пирамиды, параллелепипеда, призмы. Площадь поверхности многогранников. Тетраэдр и его свойства.

Неделя 10

**Координаты точек правильных многогранников в декартовом ортонормированном базисе**

Неделя 11

Контрольная работа

Неделя 12

Объем куба. Задачи связанные с объемом куба

Неделя 13

Объем пирамиды, параллелепипеда, призмы. Смешанное произведение векторов

Неделя 14

**цилиндр и конус**, площадь поверхности и объём цилиндра. Площадь поверхности и объем конуса

**Неделя 15. ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПОДГОТОВКА К КОНТРОЛЬНОЙ Работе**

## Домашнее задание

Первое число в номере задачи обозначает неделю, на которой данное задача рекомендуется к выполнению. Например, если перед задачей стоит № 16.3 - это означает, что задачу рекомендовано выполнить на 16-й неделе обучения, согласно графику указанному выше.

1.1. Доказать, что в правильной треугольной пирамиде скрещивающиеся ребра взаимно перпендикулярны.

1.2. Доказать, что плоскости, проходящие через вершину правильной четырехугольной пирамиды и диагонали ее основания, взаимно перпендикулярны

1.3. Доказать, что диагональ куба перпендикулярна любой скрещивающейся с ней диагональю боковой грани

1.4. $ABCD$ прямоугольник. Отрезок $AE$ перпендикулярен плоскости $ABC$ и $EB = 15, EC = 24, ED = 20$. Докажите, что треугольник $EDC$ прямоугольный и найдите $AE$

1.5. Найти синус угла между высотами, опущенными из двух вершин правильного тетраэдра на противоположные грани.

1 6.Через точку $A$ треугольника $ABC$ проведена плоскость $\alpha$ параллельная $(BC)$. Точки $B_1$ и $C_1$ лежат в плоскости $\alpha$ и $(BB_1) \perp \alpha, (CC_1) \perp \alpha, CC_1 = 4, AC_1 = \sqrt{209}, AB_1 = \sqrt{33}, \angle BAC = 60°$. Найдите $BC$

2.1. Отрезок $AD$ перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника $ABC$. Известно, что $AB = AC = 5$, $BC = 6, AD = 12$. Найдите расстояние от концов отрезка $AD$ до прямой $BC$

2.2. Наклонная $AM$, проведенная из точки $A$ к данной плоскости, равна $d$. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если угол между прямой $AM$ и данной плоскостью равен: $a)45°$ $b)60°$ $c)30°$

2.3. Из точки $A$, удаленной от плоскости $\gamma$ на расстояние $d$, проведены к этой плоскости наклонные $AB$ и $AC$ под углом $30°$ к плоскости. Их проекция на плоскость $\gamma$ образует угол в $120°$. Найдите $BC$.

2.4. $ABCD$ - квадрат со стороной $4\sqrt{2}$, O – точка пересечения его диагоналей, $OM \perp ABC, OM = 3$. Найдите угол между $(BMC)$ и $(AMD)$

2.5. В равнобедренном треугольнике $ABC$ и $AC = BC = a, \angle BAC = 30^{\circ}$. Отрезок $CM$ - перпендикуляр к плоскости $(ABC)$, $CM = a\sqrt{2}$. Найдите тангенс двугранного угла $MABC$ и угол между прямой $(AM)$ и плоскостью $MBC$.

2.6. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ высота SO равна диагонали основания. Пусть M и N – середины ребер $BC$ и $SA$. Найдите угол между прямыми $SM$ и $BN$

2.7. Докажите, что если все двугранные углы тетраэдра равны, то он правильный

18.1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка $M$ лежит на ребре $DD_1$ так, что $DM : D_1M = 1 : 2$. Плоскость, проходящая через точки A и M параллельно $BD_1$ пересекает ребро $CD$ в точке P.

Докажите, что $CP = DP$. Найдите расстояние от точки $D_1$ до плоскости $AMP$, если $AB = 12, BC = 9, AA_1 = 36$

2.8 в единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние от точки $B$ до прямой $DA_1$

2.9 В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние от точки $C_1$ до прямой $DB$

2.10. В правильном тетраэдре $ABCD$ точка E – середина ребра $BD$. Найдите синус угла между прямой $AE$ и плоскостью $ABC$

2.11. Все ребра прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют равные длины. Найдите угол между $BC_1$ и $AC$

212 Найдите площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 3

21.3. Найдите площадь полной поверхности тетраэдра, если все его ребра равны 5см

21.4.Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?

21.5. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, если ее боковое ребро равно 5 см, а ребро основания 6 см

21.6. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $14\pi$, а диаметр основания равен 2. Найдите высоту цилиндра.

22.1. Во сколько раз увеличится объем куба, если его стороны увеличить в три раза?

22.2.Шар, объем которого вписан в куб, имеет объем $36\pi$. Найдите объем куба

22.4.Объем одного куба в 10 раз больше объема другого куба. Найдите отношение длин сторон кубов

22.5.Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Объем пирамиды $A_1BC_1D$ равен 5. Чему равен объем куба?

23.1. Объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 12. Найдите объем треугольной пирамиды $B_1ABC$.

23.2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 3, боковое ребро равно 5. Найдите ее объем.

23.3. В правильной треугольной пирамиде *SABC* медианы основания пересекаются в точке *M*. Площадь треугольника *ABC* равна 30, объем пирамиды равен 210. Найдите длину отрезка *MS*

23.4. Найдите объем V конуса, образующая которого равна 3 и наклонена к плоскости основания под углом $30°$.

23.5.Все ребра треугольной пирамиды, кроме $AB$ имеют длину $a$, причем угол ACB равен $\alpha$. Найдите объем пирамиды

24.1. PABCD - правильная четырехугольная пирамида. Известно, что PA=5, AB=6. Найдите косинус угла между плоскостями PAD и PBC.

24.2.В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно $\sqrt{13}$ а апофема равна $\sqrt{10}$. Найдите высоту пирамиды.

24.3.

Ребра правильной четырехугольной пирамиды FABCD с основанием ABCD равны 7. Точки P,Q,R лежат на ребрах FA, AB и BC соответственно, причем FP=BR=4, AQ=3.

А) Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру FD

Б) Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR

28.1.

В конус вписан цилиндр так, что его нижнее основание лежит в плоскости основания к онуса, а верхнее касается каждой образующей конуса и пересекает высоту конуса в его с ередине. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 45.

28.2.

Площадь осевого сечения цилиндра равна 120, а радиус основания цилиндра равен 7,5. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.

28.3.

Дан прямой круговой конус. Проводят различные сечения плоскостью через его вершину. Оказалось, что площадь максимального сечения в два раза больше площади осевого. Найти угол в осевом сечении.

28.4.Через две образующие конуса, угол между которыми равен $\alpha$, проведена плоскость. Площадь сечения относится к полной поверхности конуса как $2:\pi$. Найти угол между образующей и высотой конуса.

29.1. В шар вписан конус так, что центр основания конуса совпадает с центром шара. Найдите площадь поверхности шара, если известно, что длина образующей конуса равна $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2\pi}}$

29.2.В правильную шестиугольную призму с высотой $6\sqrt{3}$ вписан шар. Найдите сторону основания призмы.

30.1. Шар вписан в цилиндр объемом 42. Найдите объем шара

30.2. Прямоугольный параллелепипед описан около единичной сферы. Найдите его площадь поверхности.

Неделя 30-31 Задачи практикума 5, 11

Практикум

1. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ в котором $AD=6, AB=3, AA_1=2$. Найдите угол между прямой $AC_1$ и прямой, проходящей через середины ребер $AA_1$ и $BC_1$
2. В основании правильной пирамиды с вершиной $S$ лежит шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 14. Плоскость $\pi$ параллельна ребру $AB$ перпендикулярна плоскости $DES$ и пересекает ребро $BC$ в точке К, так что $BK:KC=3:4$. Прямые, по которым $\pi$ пересекает плоскость $BCS$ и $AFS$ параллельны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью $\pi$ от грани $CDS$
3. В прямоугольном параллелепипеде одно из сечений является правильным шестиугольником. Докажите, что это параллелепипед куб.
4. Докажите теорему синусов для трехгранного угла
5. Сфера касается ребер AD,DC,AB и BC тетраэдра ABCD. Докажите, что все точки касания лежат в одной плоскости.
6. В пирамиде $SBCD$ каждое ребро равно 3. На ребре $SB$ взята точка $A$, так что $SA:AB=1:2$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $SACD$
7. Докажите, что если все двугранные углы трехгранного угла острые, то и все его острые углы тоже острые

8. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной $S$ отношение высоты $SO$ к длине стороны основания равно $\sqrt{5}$. Через точку М , лежащую на стороне основания $BC$, и боковое ребро $SA$ проведена плоскость, при этом точка М выбрана так, что площадь сечения пирамиды этой плоскостью является наименьшей. В каком отношении эта плоскость делить объем пирамиды?

9. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна a, площадь её сечения, имеющего форму квадрата, равна b. Найти отношение боковой поверхности пирамиды к площади основания.

10. В правильной треугольной пирамиде PABC (P – вершина) точка М лежит на ребре

PC так, что PM:CM=1:2. Точка К лежит на прямой АВ так, что АК:АВ=4:3. Точка В находится между точками А и К.

А) Докажите, что прямые AM и СК перпендикулярны.

Б) Найдите объем пирамиды AMCK, если известно, что АВ=2, АР=3.

11. В пирамиде SABC угол ASB равен 60 градусов, а углы BSC и CSA – по 45 градусов.

А) Докажите, что плоскости BSC и ASC перпендикулярны.

Б) Найдите радиус сферы вписанной в пирамиду SABC, если известно, что SA= SB=2, SC= 22 .

12. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA1B1C1D1 точка К лежит на ребре

BB1 так, что КВ:КВ1=1:4. Плоскость α, проходящая через точки К и С1 параллельно прямой BD1, пересекает ребро АА1 в точке Р.

А) Докажите, что AP:A1P=2:3.

Б) Найдите объем пирамиды, основанием которой является сечение параллелепипеда плоскостью α, а вершиной точка В1, если известно, что АВ=3, ВС=4, ВВ1=5.

13. В правильной треугольной призме ABCA1B1C1 все ребра равны между собой.

Точка К – середина ребра СС1.

А) Докажите, что прямые АВ1 и ВК перпендикулярны.

Б) Найдите расстояние между прямыми АВ1 и ВК, если ребро призмы равно 6.

14. Найдите максимальный объём многогранника с пятью вершинами, который может поместиться в шар радиуса $2\sqrt{3}$

Список литературы:


1. http://ege4.me/
2. http://alexlarin.net/

3. В.В.Ткачук. Математика абитуриенту – 17-е издание, переработанное. –М.:МЦНМО, 2017. -944с.